PRIMER PARCIAL

Resolución del problema 1

1. *a*) Lo primero que pide el problema es plantear las ecuaciones de movimiento. Para esto observar que aclara que el movimiento es longitudinal y pequeñas oscilaciones. Esto es redundante, ya que una cosa implica la otra. Hay al menos dos formas de realizar esto.

   1) La primera; al estilo F2. Nos paramos en el equilibrio y planteamos

$$\ddot{\vec{\Psi}}_A = [-k\Psi_A + k'(\Psi_B - \Psi_A) - \frac{g}{l}\Psi_A]\widehat{\Psi_A} \tag{1}$$

$$\ddot{\vec{\Psi}}_B = [-k'(\Psi_B - \Psi_A) - k\Psi_B - \frac{g}{l}\Psi_B]\widehat{\Psi_B} \tag{2}$$

   donde aca ya considere peq. osc. para escribir la $\vec{F}_{pendulo}$

   2) La segunda, es hacerlo planteando los *Newton* al estilo clásico, o de F1. Aca lo voy a hacer porque muchos intentaron hacerlo así en el parcial, pero no es lo que se esperaba, ya que a lo largo de la materia vimos que podíamos pararnos en el equilibrio y hacer todas las cuentas desde ahí. Sin embargo me parece importante que lo lean para terminar de entender que los dos métodos dan el mismo resultado. Lo cual es evidente porque la forma de resolver un problema no puede cambiar la física del mismo. Tomamos el origen de coordenadas en el origen del primer resorte de la izquierda. Para la masa A tenemos:

$$m\ddot{\vec{x}}_A = [-k(x_A - l_0) + k'(x_B - x_A - l_0) - \frac{mg}{l}sin\theta_A]\widehat{x} \tag{3}$$

   Ahora veamos que pasa con la ecuación 3 en el equilibrio. En el equilibrio se cumple que:
   a' $\ddot{\vec{x}}_A = 0$
   b' $x_A = x_{A,equilibrio} = a$
   c' $x_B = x_{B,equilibrio} = a + a'$
   d' $\theta_{A,equilibrio} = 0$

$$\Rightarrow 3 : 0 = -k(a - l_0) + k'(a + a' - a - l_0') - \frac{mg}{l}sin(0) \tag{4}$$

   Si reescribimos 4 obtenemos

$$-k(a - l_0) + k'(a' - l_0') = 0 \tag{5}$$

   Si ahora quiero pasar a plantear el problema desde la coordenada

$$\Psi_A = x_a - a \tag{6}$$

   reemplazo 6 y 5 en 3 y vuelvo a obtener 1.
   De manera análoga se puede escribir 2.

   b) En el item B del problema nos pedían resolver las ecuaciones. Si escribimos las ecuaciones 1 y 2 en forma matricial obtenemos

$$\begin{pmatrix} \ddot{\Psi}_A \\ \ddot{\Psi}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{k+k'}{m} + \frac{g}{l} & \frac{-k'}{m} \\ \frac{-k'}{m} & \frac{k+k'}{m} + \frac{g}{l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \end{pmatrix} = -\bar{\bar{M}} \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \end{pmatrix} \tag{7}$$

   planteamos una solucion del tipo modos normales y buscamos las soluciones de $\det(\bar{\bar{M}} - \Omega^2\bar{\bar{I}}) = 0$. Las cuentas quedan de tarea para el hogar. Las frecuencias normales son: $\omega_1^2 = \frac{k}{m} + \frac{g}{l}$ y $\omega_2^2 = \frac{k+2k'}{m} + \frac{g}{l}$ Los autovectores asociados son $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ las dos masas oscilan en fase en el modo más bajo y en contrafase en el más alto. La única aproximación que hicimos fue de pequeñas oscilaciones. Si los resortes fuesen slinkies no cambia nada; al estudiar el sistema desde el equilibrio quedo evidenciado que no nos importa! Ojo; los módulos de cada una de las fuerzas elásticas cambian. Pero el sistema como un todo es invariante a la "slinkes"de los resortes!

c) Para dar C.I. es necesario dar $\begin{pmatrix}\Psi_A(x,t=0)\\ \Psi_B(x,t=0)\end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix}\dot{\Psi_A}(x,t=0)\\ \dot{\Psi_B}(x,t=0)\end{pmatrix}$.

Una opción es:

$$\begin{pmatrix}\Psi_A(x,t=0)\\ \Psi_B(x,t=0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix} y \begin{pmatrix}\dot{\Psi_A}(x,t=0)\\ \dot{\Psi_B}(x,t=0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix}$$

Otra:

$$\begin{pmatrix}\Psi_A(x,t=0)\\ \Psi_B(x,t=0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix} y \begin{pmatrix}\dot{\Psi_A}(x,t=0)\\ \dot{\Psi_B}(x,t=0)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\ -1\end{pmatrix}$$

Cualquier combinación lineal de las dos opciones dadas es válida.

d) Queda para ustedes agarrar la clase práctica que dio Luz. Observen que en exactamente el mismo cambio de base el necesario para desacoplar el sistema.